



# CRYPTOCOMM: FUNDAMENTOS ALGEBRAICOS PQC

sistema de comunicaciones  
criptográficas postcuánticas

Dr Pedro Hecht – [phecht@dc.uba.ar](mailto:phecht@dc.uba.ar) / [qubit101@gmail.com](mailto:qubit101@gmail.com)  
V.2.6.0

Frente a las soluciones tradicionales PQC consideradas por la compulsa NIST (USA) (consistentes en: códigos correctores lineales, retículos, sistemas multicuadráticos árboles de Merkle, isogenias elípticas, etc.) hemos desarrollado desde 2016 una línea original basada en protocolos canónicos extraídos de la Teoría Combinatoria de Grupos.

- "Post-Quantum Cryptography(PQC): Generalized ElGamal Cipher over GF(251^8)", Hecht P., ArXiv Cryptography and Security (cs.CR) <http://arxiv.org/abs/1702.03587> 6pp (2017) & Journal of Theoretical and Applied Informatics (TAAI), 28:4, pp 1-14 (2016), <http://dx.doi.org/10.20904/284001>
- "Post-Quantum Cryptography: A Zero-Knowledge Authentication Protocol", Hecht P., ArXiv Cryptography and Security (cs.CR) <https://arxiv.org/abs/1703.08630>, 3pp (2017)
- "Post-Quantum Cryptography: S381 Cyclic Subgroup of High Order", Hecht P., ArXiv Cryptography and Security (cs.CR) <http://arxiv.org/abs/1704.07238> (preprint) & International Journal of Advanced Engineering Research and Science (IJAERS) 4:6, pp 78-86 (2017), <https://dx.doi.org/10.22161/ijaers.4.6.10>
- "PQC: Triple Decomposition Problem Applied To GL(d, Fp) - A Secure Framework For Canonical Non-Commutative Cryptography", Hecht P., ArXiv Cryptography and Security (cs.CR) <https://arxiv.org/abs/1810.08983>, 9pp (2018), DOI: 10.13140/RG.2.2.23240.78082
- "PQC: Extended Triple Decomposition Problem Applied To GL(d, Fp) - An Evolved Framework For Canonical Non-Commutative Cryptography", Hecht P., ArXiv Cryptography and Security (cs.CR), <https://arxiv.org/abs/1812.05454v1>, 2pp (2018), DOI: 10.13140/RG.2.2.20242.09926
- "Algebraic Extension Ring Framework for Non-Commutative Asymmetric Cryptography ", Hecht P., ArXiv Cryptography and Security (cs.CR), <https://arxiv.org/abs/2002.08343>, 4pp (2020),
- "PQC: R-Propping of Public-Key Cryptosystems Using Polynomials over Non-commutative Algebraic Extension Rings", Hecht P., <https://eprint.iacr.org/2020/1102>, 10pp (2020) DOI: 10.13140/RG.2.2.25826.56002
- "R-Propping of HK17: Upgrade for a Detached Proposal of NIST PQC First Round Survey", Hecht P., <https://eprint.iacr.org/2020/1217>, 7pp (2020) DOI: 10.13140/RG.2.2.31287.96163
- "PQC: R-Propping of Burmester-Desmedt Conference Key Distribution System", Hecht P., <https://eprint.iacr.org/2021/024>, DOI:[10.13140/RG.2.2.22638.43846](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.22638.43846) (2021)
- "PQC: R-Propping of a New Group-Based Digital Signature", Hecht P., <https://eprint.iacr.org/2021/270> , DOI: 10.13140/RG.2.2.35795.91683 (2021)
- "PQC: R-Propping a Chaotic Cellular Automata", Hecht P., <https://eprint.iacr.org/2021/672> , DOI: 10.13140/RG.2.2.11309.61924 (2021)
- "PQC: R-propping of a Simple Oblivious Transfer", Hecht P., <https://eprint.iacr.org/2021/854>, DOI: 10.13140/RG.2.2.13925.32489 (2021)

**CRPTOGRAFIA  
ALGEBRAICA  
NO-COMMUTATIVA  
(canónica)**

**LA PLATAFORMA  
(el sustrato)**

**EL PROTOCOLO  
(función trampa  
De una vía - OWTF)**

# LA PLATAFORMA (el sustrato)

Se ha definido como plataforma un espacio de matrices cuadradas de bytes, de dimensionalidad paramétrica y en cuyas operaciones de álgebra lineal se reemplazan la suma modular (256) de bytes por el operador XOR (bit a bit) y el producto modular (256) como el producto de polinomios en el campo  $GF(2^8)$ .

El resultado es una estructura de anillo (Advanced Extension Ring: AER) cuya primer ley de composición forma un grupo commutativo con identidad 0 (matriz nula) y cuya segunda ley de composición es un monoide no-commutativo con identidad I (matriz identidad).

Esencialmente se han interpretado los bytes componentes de la matriz como polinomios booleanos de grado 7, que se suman y multiplican como tales, reduciéndolos modularmente con un polinomio primitivo de grado 8 (hay 30 disponibles). Por ese motivo, denominamos a las matrices AER como tensores de rango 3.

La enorme ventaja de este procedimiento es la pérdida de la linearidad interna, característica que bloquea los ataques de reducción lineal: Algebraic Span de Tsaban (2018) y los Linearization Attacks de Roman'kov (2017) y que son la base de la seguridad del AES (capas 1 y 3) (técnica que denominamos R-Propping, aplicable a cualquier protocolo pre-cuántico).

Finalmente, para fortalecer la plataforma, en vez de usar los tensores en forma directa, se usan las potencias de polinomios modulares (256) de tensores como unidades operativas.

$$f(A) = c_0 \cdot [A]^0 \oplus c_1 \cdot [A]^1 \oplus c_2 \cdot [A]^2 \oplus \dots \oplus c_k \cdot [A]^k$$

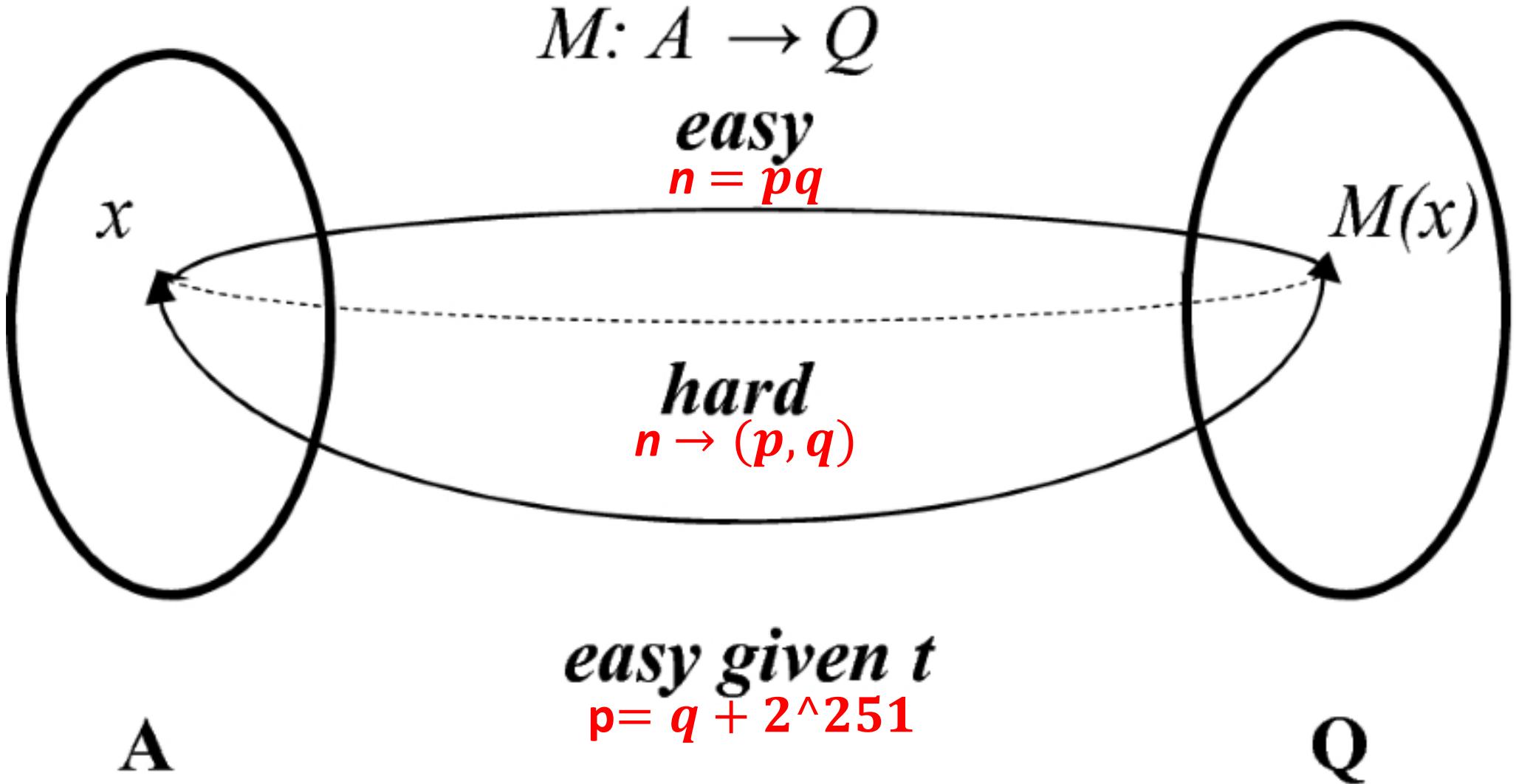
$f(A)$  es la clave privada de cada entidad, el tensor  $A$  es público.

la potencia del polinomio  $f^k(A)$  es la unidad operativa, Los coeficientes  $c_i$  son enteros (mod 256) en producto escalar y cada potencia matricial se define como

$$[A]^n = [A] \odot [A] \odot \dots \odot [A] \text{ (n-veces), usando las operaciones de campo } GF(2^8)$$

# **EL PROTOCOLO**

**(función trampa  
de una vía - OWTF)**



Los criptosistemas cuyos protocolos están basados en funciones trampa de una vía (OWTF), se definen como **canónicos**. En estructuras algebraicas no-commutativas, las OWTF se derivan de los siguientes problemas que, por ahora, pertenecen a la clase de complejidad temporal NP. Aquí las unidades operativas son elementos de grupos algebraicos no-commutativos.

Aquí se presentan algunos problemas base de las OWTF, en orden de complejidad creciente:

dados	hallar	conociendo
$y = z^{-1} x \ z$	$z \in G$	$(x, y) \in G \times G$

**CSP** → conjugator search problem

$y = z_1 x z_2$	$z_1, z_2 \in G$	$(x, y) \in G \times G$
-----------------	------------------	-------------------------

**DCP** → double coset problem

$y = z^m x z^n$	$z \in G$	$(x, y) \in G \times G$ $m, n \in \mathbb{Z}$
-----------------	-----------	--

**SDP** → symmetric decomposition problem

$y = z^m x z^n$	$z \in S$	$(x, y) \in G \times G$ $m, n \in \mathbb{Z}$
-----------------	-----------	--

**GSDP** → generalized symmetric decomposition problem

Para su aplicación en el sistema CRYPTOCOMM, se ha optado por la OWTF basada en el problema GS<sub>D</sub>P por cumplir con seguridad semántica al nivel IND-CCA2, usando potencias de polinomios modulares como unidades operativas ( $z$ ) y las indicadas operaciones de campo.

## **PARÁMETROS DE SEGURIDAD DATOS PÚBLICOS**

Dimensión de tensores  $[A], [B]$ :  $\dim \geq 16$ , cardinal  $2^{160}$

Grado del polinomio modular  $f(A)$ : degree  $[20, 36]$

Enteros  $(m, n)$ : random  $[2, 2^{64}-2]$

## **CLAVES PARA LA CRIPTOGRAFÍA ASIMÉTRICA**

Obs: los Tensores  $[A], [B]$  y los enteros  $(m, n)$  son datos públicos.

Polinomio modular  $f(A)$ : **CLAVE PRIVADA**

$GS\sub{D}P f(A) \rightarrow f^m(A) \cdot [B] \cdot f^n(A)$ : **CLAVE PÚBLICA**

# CARACTERÍSTICAS y NORMAS DE SEGURIDAD QUE ALCANZA o SUPERA CRYPTOCOMM

## PROTOCOLO ASIMÉTRICO

- Full PQC (NIST <https://csrc.nist.gov/Projects/post-quantum-cryptography>)
- R-Propping AER algebraic extensión ring structure (<https://eprint.iacr.org/2020/1102>)
- Hashing/HMAC Triple Sandwich/SHA3-512 (to be published)

## PLATAFORMA ASIMÉTRICA

- ZT Architecture (NIST SP 800-207)
- IND-CCA2 semantic security compliance (<https://courses.cs.ut.ee/2005/crypto-seminar-fall/slides/S5.Bogdanov.indcca2.pdf>)
- NIST PQC CATEGORY 1 compliance ([https://csrc.nist.gov/projects/post-quantum-cryptography/post-quantum-cryptography-standardization/evaluation-criteria/security-\(evaluation-criteria\)](https://csrc.nist.gov/projects/post-quantum-cryptography/post-quantum-cryptography-standardization/evaluation-criteria/security-(evaluation-criteria)))
- Perfect backward & forward secrecy (<https://avinetworks.com/glossary/perfect-forward-secrecy/>)
- GSDP OWTF protection (<https://eprint.iacr.org/2020/1102>)
- PUBLIC KEY INFRASTRUCTURE AUTHENTICATION (<https://www.keyfactor.com/resources/what-is-pki/>)

## PLATAFORMA SIMÉTRICA (usada en modo híbrido)

- AEAD-EtM/GCM (<https://eprint.iacr.org/2009/215.pdf>, <http://toc.cryptobook.us/>, <https://csrc.nist.gov/groups/ST/toolkit/BCM/documents/proposedmodes/gcm/gcm-spec.pdf>)



